



**Zadania na XIV Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejki
Poziom I**

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Etap rejonowy

15 marca 2014 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Przez punkt A leżący na okręgu o środku O poprowadzono styczną l oraz cięciwę AB o długości 12. Obliczyć stosunek pola trójkąta BOC do pola czworokąta $OBAC$, jeżeli BC jest cięciwą tego okręgu równoległą do prostej l , poprowadzoną między prostą l a środkiem okręgu, odległą od prostej l o 4.
2. Dane jest wyrażenie $w(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$, gdzie x jest dowolną liczbą rzeczywistą. Udowodnij, że $w(a) + w(1 - a) = 1$, dla dowolnych a rzeczywistych.
3. Pole i obwód trójkąta prostokątnego mają równe wartości liczbowe, a długości wszystkich jego boków są liczbami naturalnymi. Obliczyć długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt oraz długości jego boków.
4. Uporządkować rosnąco liczby x, y, z , jeżeli:
$$x = \left(\left(\left(10^{2014\sqrt{2}} \right)^{2104\sqrt{3}} \dots \right)^{2014\sqrt{2014}} \right), y = \left(10^{\frac{1}{2014\sqrt{2}}} \right)^2,$$
$$z = \sqrt[2014]{10} \cdot \sqrt[2014]{100} \cdot \sqrt[2014]{1000} \cdot \dots \cdot \sqrt[2014]{100 \dots 0}$$
i w ostatnim czynniku liczby z występuje 2014 zer.
5. Jacek i Wojtek mieszkają w miejscowościach A i B leżących przy tej samej szosie, w odległości 18km. Chłopcy wyruszają jednocześnie, jeden z miejscowości A , drugi z miejscowości B , idąc każdy ze stałą prędkością. Gdyby obaj szli naprzeciw siebie, to spotkaliby się po 3 godzinach marszu. Gdyby obaj wyruszyli ze swoich miejscowości i poruszali się w tym samym kierunku, to po upływie 3 godzin odległość między nimi wynosiłaby 15km. Z jaką prędkością idzie każdy z chłopców.

Powodzenia!